

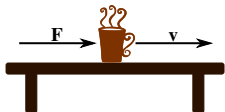
Anomalny transport w układach periodycznych: ujemna przewodność

Jerzy Łuczka

współpraca: M. Kostur, Ł. Machura, J. Spiechowicz (Katowice),
P. Hänggi, P. Talkner (Augsburg), M. Januszewski (Zurych)



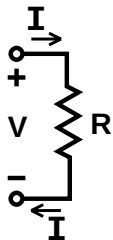
Transport: proste obserwacje



$$v \propto F \quad \text{tzn.} \quad v = \mu F$$

F - stała siła

μ - ruchliwość



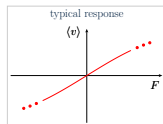
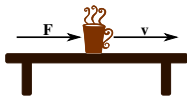
$$I \propto V \quad \text{tzn.} \quad I = GV$$

G - przewodnictwo

$$R = \frac{1}{G} \quad \text{- opór}$$

PRAWO OHMA

Równanie ruchu



$$v = \mu F$$

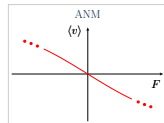
równanie Newtona

$$Ma = F_{\text{tarcie}} + F_{\text{zew}} = -\Gamma v + F$$
$$0 = -\Gamma v + F$$

wnioskujemy

$$\Gamma v = F \quad \text{czyli} \quad v = \frac{1}{\Gamma} F \quad \text{stąd} \quad \mu = \frac{1}{\Gamma}$$

Czy możliwe, aby $\mu < 0$, czyli $v \propto -F$
(absolutna ujemna ruchliwość, przewodność)



ruch cząstki w "przestrzennie" periodycznym potencjale $V(x)$ o okresie L :

$$Ma + \Gamma v = -V'(x) + F, \quad V(x) = V(x + L)$$

średnia siła $F_1(x) = -V'(x)$ w jednym okresie L :

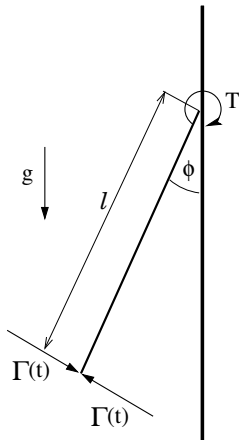
$$\langle F_1(x) \rangle = \langle -V'(x) \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L [-V'(x)] dx = 0$$

- Naturalne (jonowe) kryształy
- Mikrotubule w komórkach biologicznych
- Sieci optyczne (tworzone przez interferujące wiązki laserowe)
- Kryształy fotoniczne (optyczna nanostruktura o periodycznie zmieniającym się współczynniku załamania światła, która wpływa na ruch fotonów podobnie jak struktura krystaliczna półprzewodnika na ruch elektronów)
- Układy mechaniczne (wahadło matematyczne, dipole w polu magnetycznym)
- Układy zawierające złącza Josephsona

$$Ma + \Gamma v = -\frac{dV(x)}{dx} + F$$

$$Ml\ddot{\phi} + \Gamma l\dot{\phi} = -Mg \sin(\phi) + F$$

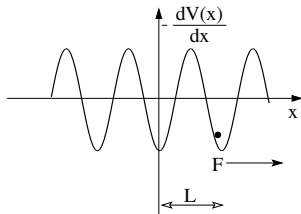
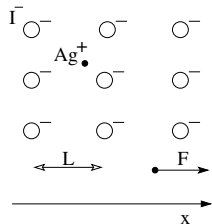
- $x = \phi$
- $V(\phi) = -Mg \cos(\phi)$



Transport w kryształach superjonowych

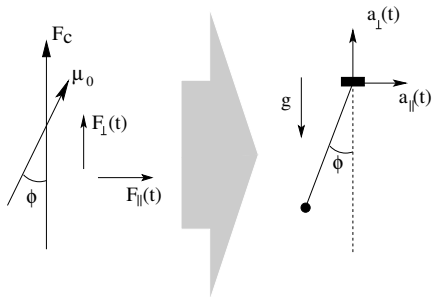
jodek srebra (AgI) – mobilne jony srebra Ag^+ na sieci jonów jodu I^-

$$M\ddot{x} + \Gamma\dot{x} = -\frac{dV(x)}{dx} + F + \sqrt{2\Gamma kT}\xi(t)$$



Rotacja dipoli w polu magnetycznym

$$I_0 \ddot{\phi} + I_0 \Gamma \dot{\phi} = -\mu_0 F_C \sin(\phi) + \mu_0 [F_{\perp} \cos(\phi) - F_{\parallel} \sin(\phi)] + \sqrt{2I_0 \Gamma k T} \xi(t)$$

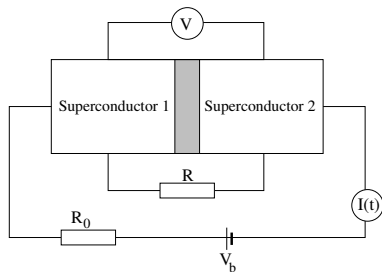


Złącze Josephaona: model Stewarta-McCumbera

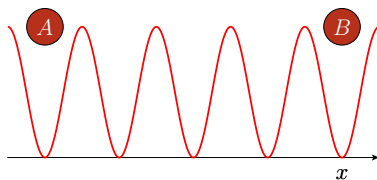
$$M\ddot{x} + \Gamma\dot{x} = -\frac{dV(x)}{dx} + F + \sqrt{2\Gamma kT}\xi(t)$$

$$\left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 C\ddot{\phi} + \left(\frac{\hbar}{2e}\right)^2 \frac{1}{R}\dot{\phi} = -\frac{\hbar}{2e} I_c \sin(\phi) + \frac{\hbar}{2e} I + \frac{\hbar}{2e} \sqrt{\frac{2kT}{R}} \xi(t)$$

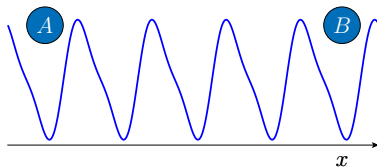
- $M = (\hbar/2e)^2 C$
- $\Gamma = (\hbar/2e)^2 / R$
- $F = (\hbar/2e) I$
- $V(x) = -(\hbar/2e) I_c \cos(\phi)$



Potencjały periodyczne: symetria odbicia



$$V(x) = \sin(x)$$

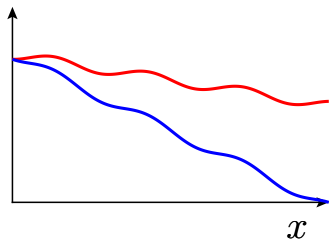


$$V(x) = \sin(x) + \frac{1}{4} \sin(2x)$$

symetria odbicia: istnieje takie x_0 , że (1)

$$V(x_0 + x) = V(x_0 - x) \quad (2)$$

Transport w nachylnym potencjale



$$U_0(x) = V(x) - F_0 x$$

$$U_1(x) = V(x) - F_1 x$$

$$F_1 > F_0 > 0$$

$$Ma + \Gamma v = -V'(x) + F + \sqrt{2\Gamma kT} \xi(t)$$

Czy teraz $v \propto -F$? NIE! (zasada Le Chatèlier, 1884)

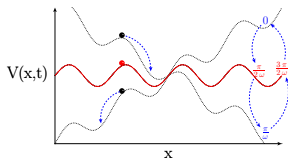
Gdy $F = 0$, stanem stacjonarnym jest stan równowagi termodynamicznej

Potrzebna następna modyfikacja

"Tańczący" potencjał

$$\mathcal{F}(t) = A \cos(\Omega t), \quad \langle \mathcal{F}(t) \rangle = 0, \quad V(x, t) = V(x) - xA \cos(\Omega t)$$

$$Ma + \Gamma v = -V'(x) + A \cos(\Omega t) + F + \sqrt{2\Gamma kT} \xi(t)$$



Czy teraz możliwe jest $v \propto -F$? TAK!

Stan stacjonarny jest stanem nierównowagowym

$$M\ddot{x} + \Gamma\dot{x} = -V'(x) + A \cos(\Omega t) + F + \sqrt{2\Gamma kT}\xi(t)$$

ŚREDNIA PRĘDKOŚĆ W STANIE STACJONARNYM :

$$v_{dc} = \langle v \rangle = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\Omega}{2\pi} \int_t^{t+2\pi/\Omega} \mathbf{E}\{\dot{x}(s)\} ds$$

gdzie $\mathbf{E}\{\dot{x}(s)\}$ oznacza uśrednianie po wszystkich realizacjach szumu termicznego $\xi(t)$ i warunkach początkowych. Dla długich czasów:

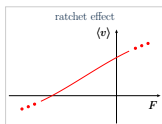
$$\mathbf{E}\{\dot{x}(t)\} = v_{dc} + v_{\Omega}(t) + v_{2\Omega}(t) + \dots$$

Przypadek trywialny i nietrywialny ujemnej ruchliwosci

$$M\ddot{x} + \Gamma\dot{x} = -V'(x) + A \cos(\Omega t) + F + \sqrt{2\Gamma kT}\xi(t)$$

Przypadek trywialny: $V(x)$ ma złamaną symetrię odbicia i pojawia się efekt zębarki

$$\langle v \rangle \neq 0 \quad \text{nawet gdy} \quad F = 0$$

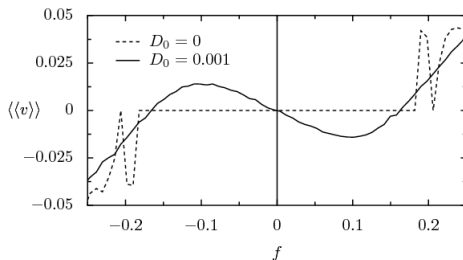


Przypadek nietrywialny: $V(x)$ jest symetryczny

$$\langle v \rangle = 0 \quad \text{zawsze gdy} \quad F = 0$$

Przypadek nietrywialny: absolutna ujemna ruchliwosc

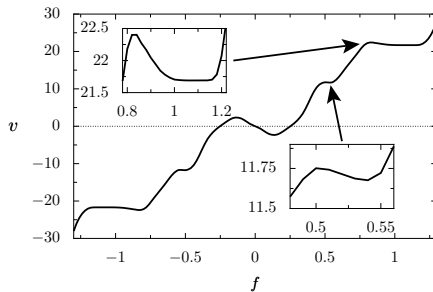
$$M\ddot{x} + \Gamma\dot{x} = B \cos(x) + A \cos(\Omega t) + F + \sqrt{2\Gamma kT}\xi(t)$$



f - przeskalowana siła F

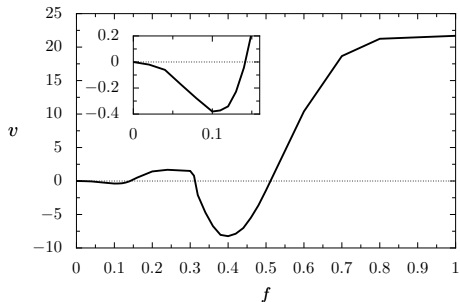
Trajectory :: Movie

Różniczkowa ujemna ruchliwość



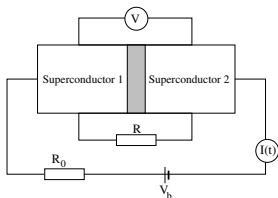
f - przeskalowana siła F

Ujemna ruchliwość w nieliniowym reżimie



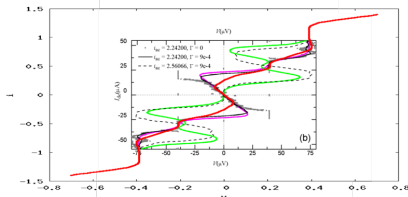
f - przeskalowana siła F

Eksperyment: złącze Josephsona i ujemna przewodność

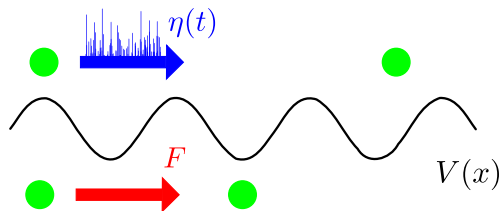


$$\frac{\hbar}{2e} C \ddot{\phi} + \frac{\hbar}{2e} \frac{1}{R} \dot{\phi} = -I_c \sin(\phi) + I_0 \cos(\Omega t) + I + \sqrt{\frac{2kT}{R}} \xi(t)$$

- $v \rightarrow V = \frac{\hbar}{2e} \dot{\phi}$
- $F \rightarrow I$
- $I(t) = I_0 \cos(\Omega t) + I$



J. Nagel et al., Phys. Rev. Lett. 100, 217001 (2008)



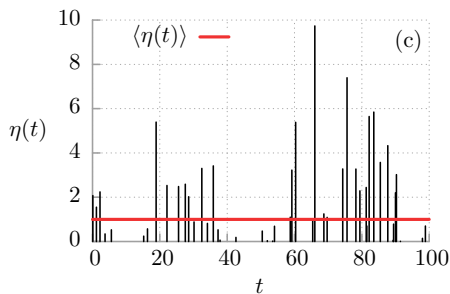
$$\langle \eta(t) \rangle = F$$

$$M\ddot{x} + \Gamma\dot{x} = -V'(x) + F(t) + F + \sqrt{2\Gamma kT}\xi(t)$$

$$M\ddot{x} + \Gamma\dot{x} = -V'(x) + F(t) + \eta(t) + \sqrt{2\Gamma kT}\xi(t)$$

$$M\ddot{x} + \Gamma\dot{x} = B \cos x + A \cos(\Omega t) + \eta(t) + \sqrt{2\Gamma kT}\xi(t)$$

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^{n(t)} z_i \delta(t - t_i), \quad \langle \eta(t) \rangle = \lambda \langle z_i \rangle = F, \quad \Pr\{n(t) = k\} = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$$



$$\lambda = 0.5$$

**WARTO BADAĆ UKŁADY Z POZORU PROSTE ABY
ODKRYWAĆ UNIWERSALNOŚĆ UKRYTYCH W NICH ZJAWISK**

Absolute Negative Mobility: Application

Resistively and capacitively shunted single Josephson junction

Experimental measures

- critical current
- resistance
- capacitance
- dc-bias
- amplitude of the ac-current
- driving frequency
- optimal temperature
- maximal voltage

Setup1

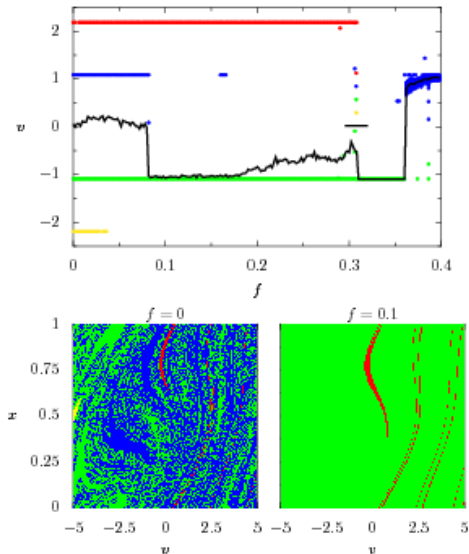
- $I_0 = 0.1\text{mA}$
- $R = 2.9\Omega$
- $C = 20\text{pF}$
- $I_d = 1.6\mu\text{A}$
- $I_a = 67\mu\text{A}$
- $\Omega = 96\text{GHz}$
- $T = 2.4\text{K}$
- $\nabla = 0.6\mu\text{V}$

Setup2

- $I_0 = 167.8\mu\text{A}$
- $R = 1.4\Omega$
- $C = 27.9\text{pF}$
- $I_d = 2.67\mu\text{A}$
- $I_a = 507\mu\text{A}$
- $\Omega = 150\text{GHz}$
- $T = 4\text{K}$
- $\nabla = 3.54\mu\text{V}$

Przypadek deterministyczny $T = 0$ dla $F=0$

Cztery atraktory: $v=2.2, 1.1, -1.1, -2.2$



Przypadek deterministyczny $T = 0$ dla $F=0$

Obszary przyciągania dla 4 atraktorów: $v=2.2, 1.1, -1.1, -2.2$

